KANT-STUDIEN



PHILOSOPHISCHE ZEITSCHRIFT

UNTER MITWIRKUNG VON

E. ADICKES J. E. CREIGHTON B. ERDMANN R. EUCKEN
P. MENZER A. RIEHL

MIT UNTERSTÜTZUNG DER „KANT-GESELLSCHAFT"

HERAUSGEGEBEN VON

Prof. Dr. HANS VAIHINGER IN HALLE **Prof. Dr. MAX FRISCHEISEN-KÖHLER** IN HALLE

UND

Dr. ARTHUR LIEBERT IN BERLIN

DREIUNDZWANZIGSTER BAND

MIT VIER BILDNISSEN

BERLIN
VERLAG VON REUTHER & REICHARD
1919

Einheit und Zahl.

Von Dr. **Willy Moog.**

Das Wort „ein“ enthält in der deutschen Sprache eine Äquivokation, infolge deren es einmal im prägnanten Sinn die Zahl 1 bezeichnet, neben dieser numerischen Bedeutung aber noch die Funktion des unbestimmten Artikels besitzt. Nun könnte das nur eine sprachliche Verblassung sein, bewirkt durch einen Zufall der Entwicklungsgeschichte. Doch es fehlt dieser grammatischen Äquivokation auch nicht die logische Berechtigung.

Daß der Eins im Zahlensystem eine hervorragende Bedeutung zukomme, haben Mathematiker und Philosophen frühzeitig erkannt. Aber es erwies sich auch die Notwendigkeit, neben dieser numerischen Eins einen Begriff der Einheit anzunehmen, der als solcher außerhalb der Zahlenreihe steht. Und gerade dieser Begriff der Einheit ist das logische Prius, von dem aus erst auch die Zahl Eins ihren begrifflichen Sinn empfängt. Um eine arithmetische Operation vornehmen zu können, um überhaupt die Ordnung der Zahlenreihe aufstellen zu können, muß man wenigstens Etwas voraussetzen, was sich als Einheit erfassen läßt und als feste Grundlage dienen kann. Wenn die Null der Ausgangspunkt für die Zahlenreihe ist [1]), so gibt die Eins das Maß für jegliche Zählung ab, sie ist das *μέτρον*, wie Aristoteles schon sagt. Die numerische Eins ist das als Einheit erfaßte Etwas, sofern es konstituierendes Prinzip der Zahlenreihe ist. Die Null als solche betrachtet ist nur das Nichts, erst durch ihre Beziehung zur Eins wird sie zur numerischen Null, d. h. der unteren Grenze der Zahlenreihe, von der das erste Glied ausgeht. Sie ist als Grenze sinnlos und hinfällig, sobald dieses erste Glied, die Eins, fehlt. Erst

1) Vgl. P. Natorp, Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften. (Leipzig und Berlin 1910.) S. 117 ff.

dieses erste Glied hat als Etwas einen begrifflichen Inhalt und macht die Zahlenreihe möglich. Mit seiner Aufhebung fehlte der ganzen Reihe jedes Fundament, fehlte die Möglichkeit jedes Fortschreitens.

Wie ist nun das erste Glied, die Eins, selbst überhaupt möglich? Mag auch der psychologischen Genese nach das Zählen von der anschaulichen Erfassung bestimmter Gegenstände der Wirklichkeit (z. B. der fünf Finger) seinen Ausgang genommen haben, so liegt doch die logische Bedeutung des Aktes der Zählung nicht in der Beziehung auf die empirisch-anschauliche Faktizität. Um den logischen Charakter der Zahl zu erfassen, muß man den jeweiligen Inhalt des gezählten Gegenstandes außer acht lassen; nicht sein Was erscheint hier relevant, sondern nur sein Daß. Als Gegenstand schlechthin, als Etwas wird er unter die Kategorie der Zahl rubriziert. Darum ist die Zahl als solche „unbenannt", darum können die verschiedensten, ihrem Inhalt nach nicht zu vereinigenden Dinge der Wirklichkeit doch als Gegenstände gezählt werden. Tritt die Zahl dann doch als „benannte" auf, zählt man z. B. „20 Pferde", so ist der Zusatz eine sekundäre Bestimmung, die das Wesen der Zahl als solcher nicht tangiert, sondern nur das Gebiet beschreibt, dem die gezählten Gegenstände ihrem empirischen Inhalt nach angehören. Nicht einmal daß das Etwas ein Seiendes oder Nichtseiendes sei, ist für seinen Charakter als Zahl maßgebend. Ja, man kann es nicht einmal eigentlich Gegenstand nennen, denn es handelt sich dabei noch gar nicht um eine Bestimmung der Gegenständlichkeit im vollen inhaltlichen Sinn. Wohl aber muß das Etwas, das sich in der Zahl darstellt, eine formale Bestimmtheit besitzen, ohne welche es nicht numerisch faßbar ist, und diese besteht in dem Moment der Einheit. Daß das Etwas, der gänzlich unbestimmte Gegenstand eines ist, macht Zahl und Zählung möglich.

Bei den Stoikern steht das Etwas über den Kategorien, den höchsten Aussageweisen des Seins, und es kann in der Tat als der unbestimmteste Allgemeinbegriff gelten, zu dem sich kein noch allgemeinerer denken läßt, ja man kann es als den primären Koinzidenzpunkt des Seins und des Denkens bezeichnen. Denn damit ein Seiendes ist, muß es wenigstens Etwas sein, und ebenso muß man das, was denkbar ist, zum mindesten als ein Etwas bestimmen können. Das Etwas aber, das so seinem Sein oder Begriff nach als Etwas bestimmt wird, ist infolge dieser Bestimmung auch

irgendwie Eines[1]). Wenn das Etwas die allgemeinste inhaltliche Bestimmung darstellt, das Minimum dem Inhalt nach[2]), so bezeichnet das Moment der Einheit das Minimum von Form, welches das Etwas besitzen muß, um als seiendes oder gedachtes Etwas bestimmt werden zu können. Ohne Einheit wäre das Etwas nicht Etwas; ohne das inhaltliche Minimum des Etwas wäre die Einheit leere, sinnlose Form, wäre sie auch kein Eines. So offenbart sich die notwendige Verklammerung von Form und Inhalt[3]) auch in diesem allgemeinsten und darum ärmsten aller Begriffe. Aristoteles hatte die Korrelation der Begriffe des Seins und der Einheit behauptet, aber der Begriff der Einheit ist noch weiter als der des Seins, wenn man das Gebiet des Seins irgendwie dem des Denkens entgegensetzt, denn der Begriff der Einheit gilt wie der des Etwas für beide Gebiete. Wenn das „ein" im Deutschen den sogenannten unbestimmten Artikel vertritt, so ist damit das im zugehörigen Substantivum Bezeichnete als ein Etwas aus dem Bereich des jeweiligen substantivischen Begriffs allgemein bestimmt, ohne daß dadurch sein Wesen weiter angegeben wäre. Die Art und Weise des Gegebenseins wird durch den unbestimmten Artikel nicht bezeichnet, er ist eben in sofern ein unbestimmter oder richtiger ein nicht-bestimmender Artikel. Er bezeichnet die einfache Setzung des Gegenstandes aus einer inhaltlich umgrenzten Sphäre. Damit daß der Gegenstand einfach gesetzt wird, ist er auch der Gesetzmäßigkeit des Gegenständlichen unterworfen, er gewinnt hierdurch eine gegenständliche Einheit, ohne welche er überhaupt nicht bestehen oder vom Bewußtsein erfaßt werden könnte. Der Artikel „ein" drückt das Minimum von gegenständlicher Einheit aus, das zur Setzung des Gegenstandes notwendig ist. Der Begriff als solcher (z. B. „Mensch") bezeichnet nur das Gebiet, das ein" (z. B. „ein Mensch") ein Etwas in diesem Gebiet. Durch die Zusetzung des „ein" wird also nicht der Begriff schlechthin in abstrakter Isolierung bestimmt, sondern zugleich als ein einheitliches Etwas; durch das „ein" wird der Begriff erst als ganzer konstituiert, indem neben seinem Inhalt (z. B. „Mensch") auch das for-

1) So schon Platon, Soph. 237 D.

2) Vgl. H. Rickert, Das Eine, die Einheit und die Eins (Logos II 1911/12) S. 34 f. Aber das Minimum an Form ist, wie meine Ausführungen zeigen, nicht schon ohne weiteres mit Rickert als „Identität" zu bezeichnen.

3) Vgl. E. Lask, Die Logik der Philosophie und die Kategorienlehre (Tübingen 1911).

male Moment der Einheit seinen Ausdruck empfängt. Diese Unterscheidung mag zwar grammatisch oft unnötig sein, da es praktisch meist nur auf die inhaltliche Erfassung des Bezeichneten ankommt, und ist darum in vielen Sprachen nicht ausdrücklich vorhanden, ist aber logisch von Wichtigkeit.

Indem so eine Beziehung zwischen dem allgemeinen formalen Begriff des Einen und der inhaltlichen begrifflichen Bestimmung hergestellt wird, ist der jeweilige Begriff nicht isoliert gesetzt, sondern inhaltlich als Etwas und formal als Eines einem System eingeordnet, innerhalb dessen er einen bestimmten Bezirk umgrenzt. Diese Beziehung auf das System liegt aber nicht in dem Begriff des Etwas als solchem, sondern in dem der Einheit. Nur dadurch daß das Etwas Eines ist, wird die Zusammenordnung in der Einheit des Systems möglich. Der Begriff des Einen weist auf die systematische Einheit hin, und diese ist eigentlich die primäre Einheit. Das Etwas würde nicht als Eines bezeichnet, und es gäbe kein Eines, wenn nicht die Einheit des Systems bestünde. Alles Denkbare und Seiende muß einem allumfassenden System angehören, ohne welches selbst die Setzung eines Begriffs unmöglich wäre. Dieses System ist die apriorische Form, und in der notwendigen Voranstellung des Systembegriffs offenbart sich die logische Priorität der Form vor dem Inhalt. Was dem System eingeordnet wird, ist als Etwas etwas Inhaltliches. Da das System, um System zu sein, eine solche Einordnung notwendig fordert, liegt in ihm auch der Bezug auf das Inhaltliche notwendig begründet. Dadurch aber, daß das Inhaltliche, das Etwas, irgendwie gesetzt wird und gesetzt werden muß und als solches sich dem System einordnet, ist die erste Spezialisierung innerhalb der allgemeinen Systemeinheit gewonnen. Der notwendige Bezug auf das System liegt darin, daß das Etwas doch formal „Eines" sein muß, seine logische Form also von der Einheit des Systems empfängt. Indem nun dieses „Eine" als Form des Etwas der Einheit des Systems eingeordnet wird, ist es zugleich von der allgemeinen Systemeinheit als der bloß logisch-formalen (weil ohne die inhaltliche Bestimmung des Etwas) unterschieden. Die Setzung des Etwas bedeutet also zugleich Unterscheidung von etwas Anderem, nämlich der Systemeinheit, ebenso wie sie Beziehung auf die Systemeinheit ist. Damit aber wird die Einheit des Systems, in dem diese Momente notwendig enthalten sind, als Relationszusammenhang charakterisiert. Die Beziehung mit ihrem Korrelat,

der Unterscheidung, ist Beziehung von Gliedern der Systemeinheit oder ihr selbst und dem ihr eingeordneten Etwas. Formal betrachtet besteht die Beziehung zwischen dem „Einen" (der Systemeinheit) und einem anderen „Einen" (dem Etwas). Sofern dieses Eine des Etwas nicht das „Eine" der Systemeinheit bedeutet, also von diesem unterschieden wird, kann man es als ein „Anderes" bezeichnen. Umgekehrt läßt sich das Eine der Systemeinheit zum Unterschied von dem Einen des Etwas auch ein „Anderes" nennen. Das Andere ist aber auch Eines, denn in dem Moment der Einheit liegt seine formale Bestimmung, und das Eine ist Anderes, wenn es, wie das notwendig ist, in Beziehung zu einem anderen Einen tritt und von diesem aus betrachtet wird.

Das Eine kann also seinem Begriff nach gar nicht isoliert und losgelöst gelten, es fordert die Beziehung, den Fortschritt über sich selbst hinaus. Dieser Fortschritt geht als solcher notwendig ins Unendliche, denn die Beziehung ist in keiner Weise näher bestimmt und beschränkt, jedes Andere kann wieder als Eines, jedes Eine als Anderes usw. angesehen, bezogen und unterschieden werden, die Setzung des Einen wie die des Etwas kann und braucht nirgendwo aufzuhören, sie geht ins Unendliche. Das System erscheint so als der unendliche Beziehungszusammenhang und wird durch diese Bestimmung erst als die notwendige allumfassende Einheit dargestellt. Die primäre Einheit des Systems ist Allheit. Der Einheit der Allheit steht das „Eine" des Etwas gegenüber, aber dieses Gegenüberstehen ist zugleich ein In-Beziehung-stehen zur Allheit, ein Eingeordnetsein in die Systemeinheit.

Wie aber ist diese Beziehung, diese Einordnung möglich? Mußte man von der formalen Einheit des Systems aus sich notwendig auf irgendein inhaltliches Etwas beziehen, so handelt es sich nun darum, von diesem Etwas aus, das durch die Beziehung formal als Eines bestimmt ist, wieder die Beziehung zum System zu gewinnen. Das Etwas oder vielmehr das Eine des Etwas gilt also nun als Ausgangspunkt für die Rückbeziehung zur Systemeinheit, indem es dieser „eingeordnet" werden muß. Als Eines steht es aber nicht nur unmittelbar mit der Systemeinheit in Beziehung, sondern auch zu dem Anderen als dem andern Einen, derart daß die Allheit der Relationen aller möglichen Setzungen des Einen und des Anderen die Einheit des Systems ergibt. Die Beziehungen des Einen und des Anderen untereinander, die in die höhere Einheit des Systems eingehen, konstituieren ihrerseits

einen Zusammenhang koordinierter Glieder. Das Andere ist in gleicher Weise Eines wie das Eine, beide aber werden eingeordnet in die Systemeinheit als die umfassende Einheit der Allheit. Die Zusammenordnung der Glieder als solcher hat aber auch keine Grenzen, denn es fehlt noch jede Möglichkeit, die Glieder etwa der Zahl nach zu bestimmen. Der Zahlbegriff findet noch keine Anwendung, die Beziehungen der Glieder sind unbeschränkt, und der Beziehungszusammenhang stellt eine unendliche Vielheit dar. Man könnte sagen, mathematisch ergäbe die Summe der Glieder untereinander: $\infty - 1$, sofern von der unendlichen Allheit (∞) doch die übergeordnete primäre Einheit des Systems abstrahiert wäre, indem diese als das Prinzip mit 1 bezeichnet würde. Aber diese Einheit des Prinzips ist zugleich Einheit des Systems, also unendliche Allheit ($= \infty$). Und nur durch die Einheit des Systems ist auch der Zusammenhang der Glieder untereinander möglich. Die Systemeinheit ist aber nichts, was getrennt von den Gliedern existierte oder trennbar wäre, wenn sie auch von ihnen unterschieden wird. Die mathematische Symbolisierung wird also dem logischen Verhältnis doch nicht gerecht. Wenn man die möglichen Beziehungen der Glieder untereinander in ihrem Zusammenhang von der systematischen Einheit der Allheit unterscheiden will, so wird man sie nicht als Allheit im strengen Sinn bezeichnen, da damit die Zusammenfassung aller zur systematischen Einheit gemeint wäre, sondern als unendliche Mannigfaltigkeit oder Menge (was aber noch nicht in bloß qualitativem oder quantitativem Sinn zu verstehen ist)[1]. Die Glieder mit ihren Beziehungen untereinander ergeben ein „Zusammen", und zwar ein geordnetes Zusammen, in dem die einzelnen Glieder enthalten sein d. h. irgendeine Stelle einnehmen müssen. Es muß eine Ordnung der Glieder untereinander bestehen, vermöge deren die Glieder als einzelne unterschieden und in Beziehung zueinander gesetzt werden. So erweist sich hier die Korrelation der Begriffe der Einheit und der Menge oder der unendlichen Vielheit.

Wenn das Eine in Beziehung zum Anderen tritt, so kann es

1) Die Menge im Sinne der mathematischen Mengenlehre setzt auch schon wenigstens bestimmte wohlunterschiedene Objekte voraus (vgl. M. Cantor, Math. Ann. Bd. 46 (1895) S. 481, Th. Ziehen, Das Verhältnis der Logik zur Mengenlehre, Philos. Vortr. d. Kantgesellsch. Nr. 16 S. 14 ff.), liegt also bereits auf einer ganz andern Stufe der logischen gegenständlichen Bestimmung, auf der das Einzelne schon fest bestimmt ist.

dann auch in Beziehung zu sich selbst gesetzt werden. Wird derart das Etwas in seiner Einheit als solches gesetzt, also in Relation auf sich selbst, so ist damit seine Identität festgestellt. Die Identität setzt logisch den Begriff der Einheit voraus. Schon Aristoteles sagt: ἡ ταυτότης ἑνότης τίς ἐστιν [1]). Nur weil das Etwas auch Eines ist, ist diese Beziehung des Etwas auf sich selbst möglich. Aber in dem Begriff der Identität kommt nicht das formale Moment der Einheit als solches zum Ausdruck, sondern die Inhaltsbeziehung auf das Etwas, das Eines ist. Identität ist nicht die bloße „Form des Einen" [2]), sondern sie ist inhaltsbezogen, und auch die Form, als identische betrachtet, ist nicht mehr bloße Form, sondern Form als Inhalt. Nicht auf das Eine schlechthin bezieht sich die Identität, sondern auf das Etwas als Eines. Sie ist demnach das inhaltliche Korrelat der Einheit als solcher. Als Beziehung des Etwas auf sich selbst (Selbigkeit) setzt sie das System der Beziehungen und die Ordnung aller Glieder, also die gegliederte systematische Einheit voraus und erhält nur innerhalb dieser ihren Sinn. Dazu, daß das Etwas als identisches Etwas, also in einer Isolierung auf sich selbst, gesetzt wird, gehört schon der Beziehungszusammenhang. Die Beziehung „auf sich selbst" ist das Korrelat der Beziehung „auf anderes", und beide Arten von Beziehungen sind bedingt durch den Beziehungszusammenhang überhaupt. Nur so ist der Begriff der Identität kein leerer Begriff. Er wäre es, wenn er bloße Isolierung bedeutete und nicht die Beziehung auf das Ganze des Systems in sich faßte. Danach ist er aber nicht ohne weiteres der logisch erste und einfachste Begriff, der an die Spitze eines philosophischen Systems gestellt werden könnte, wie das bei Fichte geschieht, sondern er beruht auf dem der Einheit und des Systems. Weil der Beziehungszusammenhang besteht, ist Beziehung „auf anderes" und auch Beziehung „auf sich selbst" möglich. Identität ist darum auch nicht, wie man gemeint hat, ein Grenzfall der Gleichheit, denn die Gleichheit ist bereits eine bestimmte Art der Beziehung auf anderes, sie ist auch nicht irgendwie eine Reduktion oder Verkürzung einer Beziehung zwischen Verschiedenem, denn die Verschiedenheit wird ihrerseits erst durch die Beziehung auf die Identität möglich. Weder ist Identität schon als numerische noch als bloß qualitative zu verstehen, sondern in

1) Aristoteles, Metaph. Δ 9, 1018 a. 7.
2) Rickert, a. a. O. S. 39.

einem allgemeineren logischen Sinn, wobei die Begriffe der Zahl und der Qualität noch nicht vorausgesetzt sind. Und da sie so selbst ein logisches Moment zur Konstituierung der Gegenständlichkeit überhaupt bildet, kann sie auch nicht ein bloß „praktisches Postulat“[1]) bilden, sie reicht in eine logische Sphäre, wo noch nicht einmal von Dingen, geschweige denn von praktischen Handlungen und Forderungen die Rede sein kann. Identität bedeutet die Systembeziehung des Etwas auf sich selbst, d. h. das Etwas wird hierdurch als einheitliches Etwas begriffen, was nur unter der logischen Voraussetzung der Systemeinheit möglich ist, wenn auch hiermit diese Systemeinheit gleichsam zurückbezogen wird auf das Etwas als solches. Man könnte die Identität als eine Komprimierung des systematischen Beziehungszusammenhangs auf das Etwas selbst bezeichnen. Diese Bestimmung ist nur möglich, wenn ein Beziehungszusammenhang, ein System überhaupt besteht, aber sie ist notwendig, wenn auch eine Beziehung auf anderes bestehen soll, denn nur so ist auch diese Beziehung als geordnete bestimmbar. Wenn die Beziehung zwischen dem Einen und dem Anderen bestimmt werden soll, muß das Eine als Eines und als ein Anderes dem Anderen gegenüber bestimmt sein, d. h. Identität und Verschiedenheit werden vorausgesetzt. In der Identität erscheint der Relationszusammenhang gleichsam verabsolutiert, komprimiert, isoliert auf das Etwas, sie ist aber nicht etwa eine Beziehungslosigkeit oder Abstraktion von Beziehungen, sondern eine Beziehung des Beziehungszusammenhangs selbst. Wird die Identität ausdrücklich auf das Eine als ein irgendwie beschaffenes Glied des Zusammenhangs bezogen, so bestimmt sie die Besonderheit (Individualität) des Etwas, und die Einheit erscheint in dieser Beziehung als Einzelheit. Das Eine, als das identische Etwas gesetzt, ist dann „Einzelnes“.

Der Korrelatbegriff der Identität ist die Andersheit oder Verschiedenheit im allgemeinsten Sinn (nicht auf die Qualität beschränkt). Indem das Etwas als das identische Etwas bestimmt wird, muß es zugleich als verschieden von anderem Etwas gesetzt werden. Ohne die Beziehung auf das Selbst wäre die Beziehung auf Anderes nicht bestimmbar, denn man hätte nie die Gewißheit, daß das Andere auch ein Anderes wäre. Die Beziehung auf das

1) F. C. S. Schiller, Humanismus (deutsch. Philos.-soziolog. Bücherei Bd. 25, Leipzig 1911) S. 71.

Selbst verlangt aber ihrerseits die Beziehung auf Anderes, denn auch das Etwas würde nicht als identisches Etwas hervortreten, wenn es nicht noch ein Anderes als dieses Etwas gäbe. Damit empfangen die Begriffe des Einen und des Anderen eine inhaltliche Spezifizierung zu den Begriffen des Identischen und des Verschiedenen [1]).

Der Begriff des „Etwas", in letztmöglicher Abstraktion genommen, bedeutet nur das gänzlich unbestimmte Minimum, zu dem das formale bestimmende Moment der Einheit notwendig gehört, so daß dann das Etwas als Eines (im allgemeinsten Sinn) erscheint. Wird die Einheit, welche ihrerseits die Systembeziehung involviert, nun zur inhaltlichen Bestimmung des Etwas gemacht, so wird damit das Etwas in seiner Identität, also als einheitliches identisches Etwas erfaßt. Wenn auf diese Weise das Etwas die inhaltliche Grundlage der Identität bildet, so findet der Korrelatbegriff der Identität, derjenige der Andersheit oder Verschiedenheit seine inhaltliche Grundlage in dem Begriff des „Nichts", und dieses steht demnach dem Etwas gegenüber. Das Nichts ist das Andere gegenüber dem Etwas in seiner radikalsten Form. Aber als Andersheit ist es zur Bestimmung des Etwas als solchen selbst notwendig, indem nur durch die Entgegensetzung des Etwas und des Nichts das Etwas als identisches Etwas bestimmt wird. Die Korrelation der Begriffe Beziehung und Unterscheidung zeigt sich hier wieder: die Beziehung bedarf das Etwas zur Grundlage, die Unterscheidung das Nichts. Nicht Unterscheidung oder gar Negierung allein genügt, der Satz Spinozas: omnis determinatio est negatio, ist falsch, denn die Negation hat selbst nur Sinn als eine Beziehung auf Positives, während umgekehrt allerdings die Beziehung auf Positives auch Unterscheidung von Negativem bedingt. Das Nichts ist die absolut letzte Grenze des Etwas, die Grenze, die als solche einmal zu dem Etwas gehört und zu seiner Bestimmung notwendig ist, dann aber auch von dem Etwas als ein Anderes unterschieden werden muß, weil es sonst nicht Grenze sein könnte. Will das Etwas bestimmbar sein, so muß es eine solche Grenze besitzen. Das Nichts enthält die Relation auf ein Etwas, und das Etwas die auf das Nichts. Nichts und Etwas sind aber hier in ihrem allgemeinsten Sinn genommen, ohne daß damit eine spezielle Be-

---

1) Die Verschiedenheit ist natürlich noch keine Zweiheit, es fehlt bei ihr noch jede zahlenmäßige Bestimmung, wohl aber bildet sie ihrerseits ein konstitutives logisches Moment für die Bestimmung der Zweiheit und die Entwicklung der Zahlen als Mehrheiten.

stimmung des Inhalts gefordert wäre. Das Nichts ist nicht etwa verabsolutiert als nihil negativum oder beschränkt als nihil privativum, sondern es ist Nichts überhaupt und steht in diesem Sinn in Beziehung zu dem des Etwas überhaupt. Wie der Begriff des Etwas nun ganz relativ gilt, so auch der des Nichts. Damit ist aber gesagt, daß auch ein Etwas einem anderen Etwas gegenüber als ein Nichts betrachtet werden kann, indem es anders als das Etwas erscheint. Die Beziehung des Etwas und des Nichts bietet so die Möglichkeit einer näheren inhaltlichen Bestimmung der Beziehung des Einen und des Anderen. Indem das Nichts die Grenze des Etwas darstellt und das Etwas wieder als ein Nichts, d. h. als Grenze für ein neues Etwas, gefaßt werden kann, ergibt sich wieder eine unendliche Reihe, in der ein steter Fortschritt vom Nichts zum Etwas stattfindet. In der Setzung des Etwas als des einheitlichen identischen Etwas liegt also schon die Gegenübersetzung gegen das Nichts und die Fortsetzung zu einem anderen Etwas notwendig begründet.

Von hier aus müssen sich auch neue Bestimmungen für den Begriff der Einheit finden lassen. Wenn das Eine als identisches Etwas gesetzt zum „Einzelnen" wird, so muß von diesem Einzelnen aus nun doch wieder der Fortschritt zum System gewonnen werden, indem dem Einzelnen ein anderes Einzelnes gegenübertritt. Die Zusammenordnung der verschiedenen Einzelnen untereinander erweist sich als notwendig. Es muß verschiedene Einzelne geben, weil es sonst nicht einmal ein Einzelnes geben könnte, und die verschiedenen Einzelnen müssen in Beziehung zueinander stehen, weil sie sonst auch nicht unterschieden werden könnten. Begrifflich wird diese Zusammenordnung der Einzelnen dadurch erreicht, daß das „Einzelne" unter dem Gesichtspunkt des höheren Begriffs eines „Allgemeinen" betrachtet wird. Der Begriff der Einzelheit verlangt den der „Allgemeinheit" als notwendiges Korrelat. Einzelnes und Allgemeines sind hier auch im relativen Sinn genommen, so daß dadurch einmal eine immer nähere Bestimmung des Einzelnen durch niedere untergeordnete Einzelheiten, denen gegenüber das Einzelne als Allgemeines erscheint, möglich wird und andrerseits der Fortschritt zu immer höheren Allgemeinheiten bis zur Allheit des Systems sich notwendig ergibt. Die Beziehung von Einzelnem und Allgemeinem erscheint hier demnach als ein Verhältnis der Unter- und Überordnung im allgemeinsten Sinn. Es ist damit noch nicht die Beziehung von Art und Gattung gemeint, die bereits

eine weitere Stufe der Bestimmbarkeit voraussetzt. Auch das „ein" in der Form des unbestimmten Artikels ist noch nicht individuell und noch nicht generell bestimmt, sondern es bedeutet als Unbestimmtes eine bloße Vorstufe des Generellen ebenso wie des Individuellen. Es ist aber als noch nicht bestimmtes „ein" doch bestimmend, indem es den Gegenstand als Etwas in die jeweilig gemeinte gegenständliche Sphäre einordnet. Die logische Einteilung der Begriffe (und ähnlich auch die der Urteile) in singuläre und generelle oder noch universale ist ungenügend, denn es gibt Vorstufen, Begriffe, die das eine wie das andere „noch nicht" sind, weil sie als unbestimmte allgemeinste Begriffe gelten müssen, und es gibt andrerseits Begriffe, die über dieser Unterscheidung stehen, die das eine wie das andere „nicht mehr" sind. Und gerade solche Begriffe, die selbst noch nicht oder nicht mehr singulär oder generell sind, machen erst ihrerseits singuläre und generelle Begriffe möglich, denn sie sind Bedingungen der Bestimmbarkeit und fordern den immer weiteren Fortschritt der begrifflichen Bestimmtheit.

Durch all diese logischen Bestimmungen nun wird erst die Konstituierung eines Denkgegenstandes ermöglicht, und all diese Momente gehen der Setzung des Gegenstandes als solchen logisch voraus. Man wird gegen diese Ableitung aus der logisch-systematischen Einheit vielleicht einwenden: sie beruhe doch auf einem Zirkelschluß, denn zuerst müßte ja der Gegenstand als solcher erst einmal gegeben sein, um als mögliches Glied in ein System eingeordnet werden zu können, und erst die Zusammensetzung der Glieder mache das System aus, der Systembegriff könne demnach nicht das Prius sein. Aber dieser Einwand verwechselt den empirisch faktischen Vorgang mit dem logischen Relationsverhältnis. Logisch ist ein Gegenstand gar nicht ohne weiteres gegeben, er wird auch als Gegenstand erst begründet, bestimmt und konstruiert. Er kann aber nicht einmal als Denkgegenstand gedacht werden, wenn er nicht eingeordnet ist in das logische System, und diese Einordnung ist nur möglich, wenn das Ganze des Systems das Prius ist, in dem alle Bestimmung logisch begründet liegt. Es kann nicht etwas als Glied eines Systems gegeben sein, wenn nicht das System logisch vorher besteht. Wäre der Gegenstand als solcher zunächst etwa außerhalb des Systems, so wäre es unbegreiflich, wieso er auf einmal in dieses ihm an sich fremde System eintreten und wie sich überhaupt ein System bilden könnte. Man wird sagen, der Systembegriff sei die Vollendung, das Letzte und

Höchste der Erkenntnis, aber er gehöre nicht an den Anfang. Aber hiermit wird die einzelne Erkenntnis, die sich in irgendeinem Akt äußert, nicht unterschieden von der Erkenntnis überhaupt. Für die Erkenntnis überhaupt muß allerdings das Letzte und Höchste auch zugleich das Erste sein. Der Begriff der Einheit des Systems muß die logisch primäre Stelle einnehmen, denn durch ihn wird Erkenntnis erst möglich. Dieser logische Systembegriff, der als solcher Prinzip ist, bedeutet aber noch nicht die Entfaltung des Systems selbst, denn diese ist zufolge der erkenntnistheoretischen Bedingungen unseres Denkens erst möglich, wenn wir die einzelnen Begriffe bestimmt haben, die sich als maßgebende Glieder des Systems erweisen. Aber wenn erst so die Konstruktion des Systembaus erkenntnistheoretisch möglich wird, so muß doch wenigstens die Idee des Systems logisch zu Grunde liegen, ohne welche der ganze Aufbau von vornherein sinnlos und planlos wäre. Wenn einzelne Begriffe an die Spitze der Philosophie gestellt werden (besonders in der spekulativen Philosophie), so ist nicht das rein logische, sondern bereits ein bestimmtes inhaltliches Interesse maßgebend, hier ist also in der Tat dann keine Voraussetzungslosigkeit und Vorurteilslosigkeit vorhanden, und daher liegen dabei Zirkelschlüsse nahe. Jene einzelnen Begriffe, auch die höchsten und allgemeinsten, können nur dann logische Gültigkeit haben, wenn ihre Stellung im System bereits logisch bestimmt ist und der Begriff der Systemeinheit logisch vorausgesetzt wird. Wenn die Entfaltung und Vollendung des Systems von diesem Prinzip unterschieden wird, so ist das nicht so zu verstehen, als ob sie ein Hervortreten von Momenten in der Entwicklung bedeutete, die dem ersten Anfang noch fremd seien, vielmehr ist auch der Fortgang und die Erfüllung im Prinzip bereits logisch begründet, und die Vollendung ist allein die Vollendung des Prinzips selbst.

Die Logik geht vom Unbestimmten oder richtiger dem zu Bestimmenden aus, um immer speziellere Bestimmungen zu liefern. Daher hat es den Anschein, als ob sie eine bloß formale Disziplin sei, in Wahrheit aber macht die Logik erst sowohl die Form wie auch den Inhalt selbst möglich, und die Bestimmungen, die sie gibt, wollen Bestimmungen von Inhalten sein. Sie umspannt also auch den Gegensatz von Form und Inhalt und fordert nicht etwa eine Abstraktion innerhalb des Gegenständlichen, sondern die lo-

gische Konstruktion der Gegenstände selbst von dem allgemeinsten, höchsten bestimmenden Prinzip aus.

Die in den vorigen Abschnitten aufgestellten logischen Bestimmungen bewegten sich noch ganz in der Sphäre des Etwas, ohne daß noch von dem doch relativ unbestimmten Etwas der Übergang zu dem irgendwie bestimmten Gegenstand gewonnen wäre. Aber es hatte sich bereits eine logische Ordnung in der Sphäre des Etwas, ein notwendiger Zusammenhang der Glieder ergeben. Von dieser logischen Ordnung des Unbestimmten leitet nun über zur bestimmten Gegenständlichkeit der Begriff der Zahl.

Der Begriff der Allheit hat sich als ein Fundamentalbegriff erwiesen, sofern er mit dem des Systems untrennbar verbunden ist, und die Einheit der Allheit bedeutet nicht etwa die Zusammensetzung aller gesonderten Einzelnen, sondern sie ist die logisch primäre Einheit, die das Einzelne selbst erst möglich macht. Auch die Menge oder Mannigfaltigkeit im logischen Sinn ist nicht einfach ein aus Einzelnen zusammengesetztes Vieles, sondern sie bedeutet das Gesetz der Zusammenordnung der Glieder, das diese Glieder selbst erst möglich macht. Inwiefern diese Glieder Einzelnes sein müssen, ist damit noch nicht bestimmt. Auch der Begriff der Menge geht daher dem des Einzelnen logisch voraus und macht dieses allererst möglich. Er ist keineswegs schon als Zahlbegriff zu verstehen und enthält keinerlei zahlenmäßige Bestimmung, sondern nur die logische Forderung einer Einordnung in das System, d. h. die Einheit der Allheit, auf Grund des notwendigen Beziehungszusammenhangs der Glieder. Der Begriff der Menge ist logisch aus dem der Allheit abzuleiten, nicht aus dem der Einzelheit. Bedeutet das System als Allheit die unendliche Einheit, so liegt in dem Begriff der Menge eine Bestimmung und Beschränkung dieses Begriffs. Die Allheit ist unendliche Beziehung, aber die Beziehung verlangt selbst als Korrelat Unterscheidung, und die erste logisch notwendige Unterscheidung, die selbst alle weitere Unterscheidung und Beziehung erst möglich macht, ist die Bestimmung des geordneten Beziehungszusammenhangs, in dem sowohl Unterscheidung als auch Beziehung des Zusammenhängenden mit logischer Notwendigkeit gefordert ist. Dieser Begriff des geordneten Beziehungszusammenhangs oder der Menge bedeutet den notwendigen Fortgang in der Bestimmung über den Begriff der Allheit hinaus, denn es wird damit nicht nur Einheit in der Beziehung, sondern auch Einheit in der Unterscheidung gefordert.

Dadurch ist auch der Fortgang vom Unendlichen zum Endlichen in immer näherer Bestimmbarkeit ermöglicht. In der Allheit ist die Menge unendliche Menge, aber zum Begriff der Menge als solcher gehört nicht die Bestimmung der Unendlichkeit ebenso notwendig wie zu dem der Allheit. Gerade durch die Weglassung des Merkmals der Unendlichkeit wird eine nähere Bestimmung gefunden. Die Allheit ist Einheit von Allem, im Begriff der Menge wird das „von" betont und bestimmt, die Beziehung zur Einheit verlangt ihre Bestimmung, das Ineinander in der Allheit wird durch Unterscheidung und Beziehung als ein Zusammen gefaßt. Damit erfahren die Begriffe der Einheit und der Allheit scheinbar eine Lockerung, aber diese Lockerung ist zugleich Bestimmung der Beziehung, Allheit ist Einheit der Beziehung, Menge oder Vielheit (wobei noch nicht eine zahlenmäßige Vielheit der Zusammensetzung zu denken ist) im logischen Sinn ist Einheit der Beziehung. Aber der Begriff der Menge als des Gesetzes des Beziehungszusammenhangs fordert weiter die Unterscheidung des Zusammenhängenden und Bezogenen, das darin notwendig enthalten ist. So führt dieser Begriff der Menge zur Bestimmung des in ihr Enthaltenen, d. h. er fordert den Fortschritt zum Begriff des durch die Menge bestimmten Einzelnen. Damit ergibt sich ein neuer Begriff der Einheit: das in die Menge eingeordnete Einzelne. Jetzt ist das Einzelne nicht mehr das gänzlich unbestimmte Etwas, das bloß Eine oder das Andere, es ist das durch die Menge gesetzte Einzelne.

Ist so der Begriff des durch die Menge gesetzten und ihr eingeordneten Einzelnen gewonnen, so muß sich die Frage nun notwendig auf das Wie der Setzung und Einordnung richten, es muß die Einordnung des Einzelnen in die Menge selbst bestimmt werden. Die Menge selbst wird wieder zum System gegenüber dem Einzelnen, und die Beziehung in und zu dem System wird als Beziehung des Einzelnen untereinander und zur Menge betrachtet. Die Einordnung des Einzelnen in der Menge aber geschieht durch Bestimmung seiner Stelle. Das Wie der Einordnung und des Enthaltenseins wird durch die Zahl ermöglicht. Das durch die Menge gesetzte Einzelne erscheint so als das zählbare Eine, das Eine als Prinzip der Zahl.

Der Begriff der Zahl tritt erst auf einer bestimmten Stufe der gegenständlichen Bestimmbarkeit auf und hat bereits verschiedene logische Begriffe zur Voraussetzung. Das Eine muß schon

ein der Menge im logischen Sinn eingeordnetes Eines sein, wenn es überhaupt zählbar sein soll. Das Eine als Prinzip der Zahl ist das zählbare Eine. Damit wird die Art der gegenständlichen Bestimmung selbst näher bestimmt. Die weitere Bestimmung wird durch den Akt der Zählung erreicht. Zur Konstruktion des Zahlsystems muß die gleiche logisch bestimmende Methode angewandt werden wie die für die allgemeine Sphäre des unbestimmten Etwas. Die Einheit ist vorausgesetzt vor allem als Einheit des Systems, und von dieser Einheit aus wird die Zahl selbst erst verständlich. Die Einheit des Systems ist Einheit des Prinzips. Die Systemeinheit als Allheit der Zahl ist das Prius, von dem aus die Zahl selbst erst begründet wird. Und von der Einheit der Vielheit oder der Menge aus wird das Einzelne bestimmt. Die Einheit wird dann gesetzt als Einheit des Anfangs, d. h. als erstes Glied einer unendlichen Reihe, wie das auch beim Etwas der Fall ist, und damit wird die eigentliche Zahl 1 gewonnen. Von der Einheit des Systems und der Einheit der Menge aus ist also erst das Einzelne als Eins zu begreifen.

Die Eins ist demnach keine absolut gesetzte, isolierte Einheit, sondern Einheit in Beziehung auf das System. Damit ist sofort der Reihencharakter bestimmt. Die Eins ist das Etwas des Anfangs, und wie dem Etwas das Nichts als notwendig gesetzte untere Grenze gegenübersteht, so verhält sich zur Eins die Null. Die Setzung der Eins bedeutet die notwendige Relation zur Null als der Grenze, von der aus die Zahl überhaupt gerechnet wird. Die Null selbst kann nicht gesetzt werden, denn sie ist gar kein Etwas, sondern Grenze, sie ist noch keine Zahl, wohl aber eine Relationsbestimmung, die in der Setzung der Zahl notwendig enthalten ist. Wie aber mit der Setzung der Eins die Relation zur Null bereits notwendig logisch gegeben ist, so auch die Fortsetzung der Reihe, d. h. die Möglichkeit der Zahlenreihe ist damit schon begründet. Da die Eins nicht als absolut Gegebenes, sondern nur als gesetztes Relationsglied einen Sinn hat, muß sich mit ihrer Setzung schon die Möglichkeit weiterer Setzung ergeben. Wie sie den Fortschritt von der Null aus bezeichnet, so muß mit ihr auch notwendig ein Fortschritt über die Eins hinaus bezeichnet sein. Nicht nur eine untere, sondern auch eine obere Grenze muß die Eins besitzen, um überhaupt als bestimmtes erstes Reihenglied gesetzt werden zu können. Die Eins kann, da sie ja nicht in absoluter Isolierung gesetzt wird, ihrerseits wieder die Grenze bilden

für die Setzung einer neuen Eins, sie kann also relativ als Null betrachtet werden. Aber die neue Eins muß von der anderen auch unterschieden werden. Die Möglichkeit dieser Art fortdauernder Beziehung und Unterscheidung weist auf eine mögliche unendliche Reihe von Gliedern hin. Diese Reihe bedeutet einen Fortschritt gegenüber dem Begriff der logischen (noch zahlenmäßig unbestimmten) Menge. Hier zeigt sich dann die Bedeutung der Zahl für die fortschreitende logisch-gegenständliche Bestimmbarkeit. Wenn man den Begriff der logischen Menge und des Einzelnen erfaßt hat, so erweist es sich als notwendig, das Verhältnis von Menge und Einzelnem näher zu bestimmen. Das geschieht durch die Zahl. Demnach ist diese das Gliederungs- und Ordnungsprinzip der Menge in ihrer Beziehung auf die Einheit. Die Systemeinheit aber, die Inbegriff und Gesetz der Zahlenreihe bedeutet, ist die primäre Einheit, von der aus die Eins wie die Null erst ihren Sinn empfängt.

Wenn man so den Begriff der Zahl überhaupt und der Eins in ihrer Beziehung zur Systemeinheit erfaßt hat, so handelt es sich nun darum, die gesetzte Eins als solche in ihrer mathematisch-begrifflichen Bedeutung zu bestimmen und von ihr aus die Reihe der einzelnen Zahlen zu konstruieren. Nur in Beziehung auf die Reihenbildung, wie sie durch die Systemeinheit gefordert ist, hat die Setzung der Eins und der Zahlen einen Sinn. Wie aber werden aus dem Begriff der Zahl überhaupt die einzelnen Zahlen bestimmt, die der Möglichkeit nach doch in diesem Begriff enthalten sind? Die Setzung der einzelnen Zahl ist notwendige Bestimmung, die als Bestimmung des Einzelnen vom Allgemeinen aus im Allgemeinen d. h. in der Zahl überhaupt gefordert ist, und sie ist als solche wieder zugleich Beziehung und Unterscheidung. Die Eins birgt durch ihren Bezug auf die Systemeinheit bereits das Prinzip der Bildung einer Zahlenreihe und der zahlenmäßig bestimmten Menge in sich. Da die Eins nicht absolut, sondern relativ gesetzt ist, so liegt in ihrer Setzung schon die notwendige Relation auf ein Anderes. Dieses Andere aber kann als solches in seiner relationsmäßigen Gültigkeit mit gleichem Recht als eine Eins betrachtet werden, sofern es eben das Andere der Eins in Beziehung auf die durch die Eins geforderte Systemeinheit darstellt. Aber es ist doch eine andere Eins, d. h. sie kann von der Eins, deren Anderes sie infolge der Relation repräsentiert, unterschieden werden und ist in dieser Hinsicht nicht identisch mit ihr. Ge-

meinsam oder identisch ist nur das Moment des Einsseins, das der Eins wie dem Anderen der Eins zukommt. Trotz dieser bestehenden Identität also, welche eine feste innere Beziehung schafft, ist die Möglichkeit einer Unterscheidung gegeben, ja diese wird durch die Relation gefordert. Der Fortgang von der Eins zu anderen Einsen erweist sich als notwendig. Es scheint ein Widerspruch zu sein, daß die andere Eins Anderes und doch Eins sein soll, aber dieser Widerspruch bestände nur bei absoluter Setzung, in Wahrheit liegt gerade in ihm die Aufweisung der Relationsmöglichkeit, in der die Bildung der Zahlen begründet ist. Die andere Eins ist als von der Eins unterschiedenes Anderes verschieden von der Eins, und doch enthält sie das identische Einssein. In derselben Beziehung des Anderen auf die Eins offenbart sich Identität und Verschiedenheit.

Damit ist ein neues Verhältnis gewonnen, das allein diese Beziehung bestimmbar macht, das der Gleichheit. Die andere Eins ist Anderes und doch Eins: das heißt, sie ist nicht einfach identisch mit der Eins, sonst wäre sie nicht Anderes, aber sie kann unbeschadet ihrer Verschiedenheit als eine andere Eins betrachtet werden, sie ist gleich der Eins. Gleichheit hat demnach allerdings die Identität zur Voraussetzung [1]). Identität braucht nicht schlechthinige Identität zu sein, sondern sie kann in bestimmter Beziehung gelten. Dann aber ist das aufeinander Bezogene als solches nicht identisch, aber es wird als Unterschiedenes doch auf ein identisches Moment bezogen, und diese Beziehung liegt in dem Verhältnis der Gleichheit des aufeinander Bezogenen. Gleichheit tritt erst auf einer vorgeschritteneren Stufe der gegenständlichen Bestimmbarkeit auf als Identität. Sie hat nicht nur die Identität, sondern auch die Andersheit zur Voraussetzung, und sie ist Beziehung zwischen Identischem und Verschiedenem. Als Beziehung gilt sie auch nicht absolut, sondern nur relativ, d. h. das Gleiche ist in anderer Beziehung notwendig auch Ungleiches. Bei der mathematischen Gleichheit ($1 = 1$) scheinen Gleichheit und Identität zusammenzufallen [2]),

---

1) Joh. Rehmke, Ztsch. f. Philos. u. ph. Kr. Bd. 144 (1911) S. 117: „'Gleiches' ist niemals Identisches, wohl aber findet sich 'Identisches' in Gleichem".

2) W. Windelband, Über Identität und Gleichheit (Sitz.-Ber. d. Heidelberger Ak. d. Wiss. Phil.-hist. Kl. v. 15. Okt. 1910) S. 16. Windelband verkennt die begriffliche Unterscheidung zwischen Identität und Gleichheit, wenn er Gleichheit als reflexive Kategorie und Identität als konstitutive (als „seiende Gleichheit") bestimmt. J. v. Kries, Logik (Tübingen 1916) S. 17 unterscheidet nu-

aber das ist nur scheinbar. Wäre der Satz $1 = 1$ Ausdruck der Identität, dann wäre er eine bloße Konstatierung, deren mathematische Fruchtbarkeit unbegreiflich wäre. Es ließe sich dann nicht einsehen, was die nochmalige Setzung für eine Bedeutung haben solle, vor allem nicht, inwiefern z. B. $5 = 5$ und $3 + 2 = 5$ in gleicher Weise richtig sein könnte und in einer solchen Gleichung eine mathematische Erkenntnis gewonnen wäre. Tatsächlich aber ist die bei der mathematischen Gleichheit vorausgesetzte Identität nicht die der gleichgesetzten Zahlen selbst schlechthin, denn die Zahlen müssen unterschieden werden, wenn sie gleichgesetzt werden sollen, und die Eins, die einer anderen Eins gleich sein soll, muß eben ein Anderes als diese sein[1]). Allerdings ist eine bestehende Identität die Vorbedingung für dieses Verhältnis. Doch diese grundlegende Identität ist nicht die der einzelnen Glieder als solcher, sondern die allgemeine Identität, die in der Systemeinheit liegt, also die identische Gesetzmäßigkeit in der Bildung des Systems, der sich die einzelnen Glieder einordnen müssen. Nur auf Grund der Einheit und Identität des Zahlsystems können zahlenmäßige Gleichungen bestehen. $1 = 1$ und $5 = 5$ soll nicht heißen, daß die Eins oder Fünf etwas absolut Festes und Identisches wäre, denn dann wäre die mathematische Operationsmöglichkeit unverständlich, sondern gerade dies, daß ihre Setzung relativ ist, daß aber bei jeder Setzung unter Voraussetzung der identischen Gesetzmäßigkeit des Systems und im Hinblick auf diese die andere Eins eben auch als Eins gelten kann. Nur weil die Identität der Systemeinheit besteht, kann $3 + 2 = 5$ sein, bestände diese nicht, dann wäre es unbegreiflich, wie beide Seiten der Gleichung übereinstimmen könnten. Die grundlegende Relation ist bei beiden Gliedern ihrer systematischen Gesetzmäßigkeit nach dieselbe, und infolge des Vorhandenseins dieser Identität können die Glieder innerhalb des Systems als gleich gelten, nicht aber sind sie schlechthin identisch, denn sie stellen verschiedene Setzungen dar und müssen, um Glieder sein zu können, als solche unterschieden werden. Auch die mathematische Gleichheit besteht also darin,

merische Gleichheit und logische Identität. Auch Jon. Cohn, Voraussetzungen u. Ziele des Erkennens (Leipz. 1908) S. 16 weist mit Recht die Auffassung ab, daß $1 = 1$ eine Identitätssetzung bedeute.

1) $1 = 1$ ist daher an und für sich keine Gleichung, wie Rehmke a. a. O. S. 130 richtig betont. Erst wenn die eine 1 von der anderen 1 unterschieden wird, kann auch eine Gleichsetzung stattfinden. Eine solche Unterscheidung ist meines Erachtens aber doch möglich und sinnvoll.

daß eine Verschiedenheit vorausgesetzt wird, aber das Verschiedene durch Beziehung auf Identisches eine Bedeutung und Bestimmung empfängt. Identität und Verschiedenheit zusammen erst machen als Bedingungen die Gleichheit möglich [1]). Ein Identisches muß vorhanden sein, aber es muß an Verschiedenem als einheitliches Moment hervortreten, damit das Verschiedene in dieser Beziehung als gleich betrachtet werden kann. Bei der mathematischen Gleichheit wird die Identität der systematischen Gesetzmäßigkeit als selbstverständlich vorausgesetzt, da die Beziehung hier ohne weiteres als die mathematisch-gesetzmäßige anerkannt ist, während bei der dinglichen Gleichheit z. B. oft die Art der identischen Beziehung noch genauer bestimmt werden muß, und die Verschiedenheit der Glieder ist mathematisch durch die gedankliche Unterscheidung der Setzung genügend bezeichnet, daher gewinnt die mathematische Gleichheit den Anschein einer einfachen und exakten Beziehung, die man fälschlich als Identität angesehen hat, während doch auch sie erst abgeleitet ist. In diesem Sinn kann man Kant Recht geben, wenn er mathematische Sätze nicht als analytische, sondern als synthetische bezeichnet, denn in der Gleichung $3 + 2 = 5$ erfolgt nicht einfach analytisch eine bloße Konstatierung der Identität, sondern es soll zwischen Unterschiedenem auf Grund einer systematisch vorausgesetzten Identität eine neue Beziehung, nämlich die der Gleichheit gewonnen werden.

Wenn man die Gleichheit zur Voraussetzung aller mathematischen Setzung macht [2]), so kann man das nur, indem man die Gleichheit von vornherein bloß als mathematische bestimmt, d. h. vorausgesetzt ist dabei die Gesetzmäßigkeit der mathematischen Systemeinheit, und in dieser Gesetzmäßigkeit ist es begründet, daß unter den Beziehungen die Gleichheit als wesentlich hervortritt. Aber Gleichheit ist keineswegs die einzige mathematisch maßgebende Beziehung, sie ist also nicht einfach konstitutiv für die mathematische Setzung, sondern nur ein Moment, das bei der Konstituierung des Mathematischen hervortritt. Auf einer bestimmten Stufe der gegenständlichen Bestimmbarkeit wird die Re-

---

1) Die Gleichheit erhält durch die systematische Beziehung ihren bestimmten begrifflichen Sinn. Sie ist nicht ein bloßer „Grenzfall der Unterscheidung" (W. Windelband, Die Prinzipien der Logik in der Enzykl. d. philos. Wissenschaften hrsg. v. A. Ruge I S. 30) oder ein „Grenzfall der Stetigkeit" (E. Husserl, Logische Untersuchungen, 1. Aufl. II S. 239).

2) Rickert, a. a. O. S. 40.

lation der Gleichheit notwendig, und die mathematische Operationsmöglichkeit setzt auch erst nach Erreichung dieser Stufe ein. Die Setzung der Eins fordert als relative Setzung innerhalb des Bezugsystems weitere Setzungen und damit die Bildung einer Reihe. Aber wenn so etwa mehrere Einsen gesetzt sind, von denen jede Eins als solche mit sich identisch ist und doch auch als ein Anderes unterschieden wird von einer anderen Eins, so muß es sich dann im logischen Fortschritt darum handeln, eine Beziehung zwischen den mit sich identischen und voneinander verschiedenen Einsen zu finden. Und diese Beziehung ergibt sich, indem man erkennt, daß bei der Verschiedenheit der Setzungen doch die identische Gesetzmäßigkeit der Systemeinheit als grundlegend wirkt, die ihrerseits selbst die Setzungen erst möglich macht. Durch die Konstatierung dieser neuen Beziehung sind die Beziehungsglieder als gleich gesetzt. Die Reihe der möglichen Setzungen wird dadurch als eine Reihe von gleichen Gliedern bestimmt.

Auch die Gleichheit ist nicht absolut, sie gilt immer nur in bestimmter Beziehung, sonst wäre sie sinnlos. Die Gleichheit in bestimmter Beziehung fordert aber Ungleichheit in anderer Beziehung. Die Eins ist dem Anderen gleich, sofern dieses auch Eins ist. Das Andere aber muß als solches auch Anderes als die Eins, d. h. Nicht-Eins, sein, und in dieser Beziehung ist das Andere verschieden von der Eins und unvergleichbar. In der Reihe der gleichen Einsen, die ohne Beschränkung fortgesetzt werden kann, lassen sich also doch Unterschiede annehmen, sofern nicht jede Eins jeder anderen in jeder Beziehung gleich ist (was unmöglich ist, da dann überhaupt keine Gleichheit bestände), sondern jede ein Anderes als die andere ist, und gerade darauf beruht die Möglichkeit der Reihenbildung. Nun müssen aber die Eins und das Andere, das der Eins gleich und doch nicht diese Eins selbst ist, wieder aufeinander bezogen werden, wenn sie nicht in einem Widerspruch zueinander stehen sollen, wodurch sie sich selbst aufheben würden. Die Momente der Gleichheit und der Ungleichheit müssen an dem Anderen selbst in Beziehung gesetzt werden, der Widerspruch muß sich als Beziehung auffassen lassen. Das Andere, das gleich der Eins und doch auch Nicht-Eins ist, muß auch mit diesen Bestimmungen sinnvoll sein, es muß eine neue Einheitsbeziehung darstellen, die ihrerseits wieder Bezug auf die Eins hat. Das geschieht, indem der Widerspruch in den Bestimmungen an dem Anderen als Zweiheit bestimmt wird. Die Be-

ziehung, die zwischen den Bestimmungen besteht, muß eine Verbindung sein. Der Widerspruch, daß das Andere Eins und doch auch Nicht-Eins sein soll, ist doch nur relativ, denn Eins wie Nicht-Eins gelten ihrem ursprünglichen Sinn nach in relativer Setzung. Dann aber kann das Nicht-Eins auch in Relation zur Eins und selbst als Eins betrachtet werden. Das Andere, das Eins und Nicht-Eins ist, muß aber die Beziehung zwischen beiden sein, es ist Verbindung der Bestimmungen, und diese Beziehung läßt sich nur so erfassen, daß die Bestimmungen als Beziehungsglieder gelten und in dieser Hinsicht gleich sind, daß jede Bestimmung eben ein Beziehungsglied ist, also die Nicht-Eins auch als Eins sich bestimmen läßt. Danach ist das Andere, das in einer Beziehung Eins, in anderer Nicht-Eins ist, sofern es doch als Anderes die Beziehung dieser Momente enthält, „Eins und Eins", es ist von der Eins ausgegangen und wird von dieser aus bestimmt, aber es bedeutet einen Fortschritt über die Eins, es ist mehr als die Eins, eine neue Einheit, die Zwei. Damit erst tritt das Andere in die richtige Beziehung und den richtigen Gegensatz zur Eins, es bildet als Zwei den notwendigen Fortschritt in der Reihe, die von der Eins ausgeht und durch diese bedingt ist. Die Zwei ist das Andere, das, als Widerspruch aufgefaßt, Eins und doch nicht Eins ist, oder das dann bei Überwindung des Widerspruchs durch Inbeziehungsetzung der Glieder als „Eins und Eins" gilt. Diese Verbindung ist nur möglich dadurch, daß die Beziehung der Gleichheit und der Ungleichheit zwischen der Eins und der anderen Eins oder der Eins und der Nicht-Eins besteht. Mit der Gewinnung der höheren Einheit in der Zwei hat die Reihe, die bereits durch die Bestimmung der Eins notwendig gesetzt war, in ihrem Charakter eine nähere Bestimmung erfahren. Es ist jetzt die Art des Fortgangs, durch den die Reihe gebildet wird, genauer bezeichnet. Der Eins tritt die Zwei als neue Einheit, als „Eins und Eins" gegenüber.

Da aber auch die Setzung der Zwei notwendig relativ ist und sie als neue Einheit eben doch auch Eins sein muß, ergibt sich, wie auch von hier aus ein Fortschritt ins Unendliche durch Reihenbildung möglich ist. In der Zwei liegt auch schon der Gang über die Zwei hinaus notwendig begründet. Und die neue Einheit, die von der Zwei aus gewonnen wird, muß so entstehen, daß die Zwei als Einheit, d. h. als Eins gefaßt, in Beziehung tritt zu der Eins als ein neues „Eins und Eins", das aber doch

von dem „Eins und Eins", wie es die Zwei selbst darstellt, unterschieden werden muß. Das neue „Eins und Eins" soll über die Zwei hinausführen, die Zwei tritt hier selbst als Glied auf, indem sie als Einheit gilt, es ist also „Zwei und Eins", während durch das andere „Eins und Eins" die Zwei selbst erst gebildet wurde. Die neue Einheit „Zwei und Eins" ist die Drei. Und so werden, da der Fortschritt in den Relationen nicht beschränkt ist, immer neue Einheiten durch Verbindung mit der Eins geschaffen, die Zahlenreihe ist damit ihrer Möglichkeit nach konstituiert. Die Entwicklung der Zahlenreihe beruht nicht auf einer additiven Setzung, denn bei einer solchen wird das Bestehen der Zahlenreihe schon vorausgesetzt, sondern sie ist der notwendige Fortschritt der Beziehungen, der durch die Systemeinheit gefordert wird und notwendig zur Bildung des Systems führt.

Zur Gewinnung der Zahlen ist keine besondere Mehrheit von Setzungen nötig, sondern nur eine Bestimmung von der Einheit des Systems aus, und jede einzelne Zahl ist durch ihren Bezug auf das System ohne weiteres bestimmt. Die Zahlen unterscheiden sich nicht durch ihren verschiedenen Stellenwert innerhalb eines Mediums [1]), sondern nur durch die Art der systematischen Relation, durch die sie ihre Bestimmung erfahren. Ein „homogenes Medium", in dem sich Stellen unterscheiden ließen, ist dazu nicht erforderlich, der Bezug auf die systematische Einheit, die das Prius ist, gewährleistet die Einordnung in das System, und die Bestimmung der Zahl bedeutet Bestimmung dieses systematischen Bezugs. Die Zahl hat als systematisch bestimmtes Relationsprodukt auch noch keinen „quantitativen Charakter" [2]), sondern nur Relationscharakter. Damit ist die moderne mathematische Auffassung der Zahl als einer Funktion, nicht einer Größe gerechtfertigt [3]). Auch wo wir die Zahl auf Quanta beziehen — und das ist in der anschaulich praktischen Wirklichkeit allerdings der Fall —, wird die Zahl selbst dadurch nicht zu einem Quantum, sondern sie ist immer nur Beziehung von der Einheit des Systems her auf einen bestimmbaren Gegenstand. Die Quantität aber gehört nicht zur zahlenmäßigen Bestimmbarkeit überhaupt, sondern sie ist nur

---

1) Rickert a. a. O. S. 44. 2) Rickert a. a. O. S. 68.

3) Allerdings braucht man nun nicht schon mit E. Cassirer, Substanzbegriff und Funktionsbegriff (Berlin 1910) zu meinen, weil Mathematik nicht mehr allgemeine Wissenschaft der Größe sei, müsse sie einfach die der Form und der Qualität sein (S. 121).

eine anschauliche Darstellung in der sinnlichen Wirklichkeit. Die Ordnung, wie sie durch den Zusammenhang der Relation im System sich ergibt, ist systematische Ordnung im allgemeinsten Sinne, noch keine bestimmte Ordnung des Nebeneinanders oder Nacheinanders, denn das sind besondere Arten, die ihrerseits abhängig sind von dem Allgemeinen der systematischen Ordnung, von diesem aus entstehen und bestimmt werden. Der Zahl als solcher liegt jeder unmittelbare Bezug auf ein Medium, auf Raum oder Zeit fern, sie ist durch ihren systematischen Relationscharakter hinlänglich bestimmt. Die Zeit ist ebenso wie der Raum eine bereits logisch spezieller bestimmte Art der Anordnung. Wenn der Akt der Zählung praktisch-psychisch in der Zeit verläuft, so hat das doch keinen Einfluß auf die logische Bestimmung der Zahl. Nur weil wir eben praktisch von der bestimmten Gegenständlichkeit des Wirklichen ausgehen, nicht, wie das bei logischer Betrachtung erforderlich ist, von der übergeordneten, vorausgesetzten logischen Einheit des Systems, darum mischen sich in unsere Bestimmungen so leicht Merkmale aposteriorischen Charakters, die auf logisch frühere Stufen übertragen werden, weil vom praktisch-anschaulichen Standpunkt das logisch Spätere und Aposteriorische das Begreiflichere ist. Man kann die Zahl wohl mit Kant eine „Einheit der Synthesis des Mannigfaltigen“ nennen, aber nicht, wie es bei Kant weiter heißt, die „einer gleichartigen Anschauung überhaupt, dadurch daß ich die Zeit selbst in der Apprehension der Anschauung erzeuge“ [1]). Anschauung gehört gar nicht zur logischen Bestimmung des systematischen Relationsverhältnisses, wie es die Zahl fordert, erst wenn wir rückwärts vom Einzelnen der Wirklichkeit aus die Zahl darstellen wollen, dann nehmen wir Anschauung zu Hilfe. Und ebenso liegt im logischen Begriff der Zahl keine Vorstellung des Nacheinanders schon notwendig begründet, erst wenn wir über den logischen Begriff der Zahl durch weitere Bestimmung der Gegenständlichkeit dem besonderen Wirklichen näher kommen, dann ergibt sich durch die Beziehung auf die bestimmtere Ordnung des Nacheinanders die Möglichkeit einer gegenständlich bestimmteren Darstellung der Zahl. Ihrer logischen Bedeutung nach aber ist die Zahl vom System her als begriffliche Relationseinheit bestimmt, und die Beziehung auf das System konstituiert ihr logisches Wesen, während eine Beziehung auf Anschauung oder Zeit etwas Sekundäres, in ihrem logischen Wesen an sich nicht notwendig Begründetes bedeutet.

1) Kant, Kr. d. r. V. (Kehrbach) S. 146.

Die Zahl ist logisch zunächst Zahl, wie sie von der Systemeinheit her gewonnen ist, und nichts weiter, erst durch neue Beziehung kann sie Zahl von etwas werden. Da der Relationszusammenhang keinen Abschluß duldet, kann die Zahl allerdings keine einseitige Beziehung zur Systemeinheit hin bedeuten, sondern es muß in ihr auch der Fortschritt in der Richtung der weiteren gegenständlichen Bestimmung gefordert sein. So liegt in der logischen Bestimmung der Zahl auch bereits der Fortschritt über die Zahl hinaus auf die Gegenständlichkeit hin begründet Zunächst ist die Zahl logisch an und für sich noch kein „So-viel", erst wenn sie auf Anderes sich bezieht, kann man durch sie das Wieviel bestimmen, es wird dann etwas gezählt. Die Zahl erhält damit ihren weiteren gegenständlichen Sinn als Zahl von etwas. Sie muß sich allerdings, da sie Relation ist, auf ein Anderes beziehen, da die Relation in ihrer weiteren Bestimmung immer Relation auf Etwas ist. Und dann tritt auch erst das Moment der Einheit in der Zahl deutlicher hervor, indem die Zahl als die Einheit des Etwas erscheint, also das formale, auf die Systemeinheit bezogene Moment des Einen an dem inhaltlichen Etwas hervortreten läßt.

Als systematisch bestimmte Relationsordnung ist die Zahl vorerst weder Kardinal- noch Ordinalzahl; der Streit, ob diese oder jene Zahlengattung die ursprünglichere ist, wird also vom logischen Gesichtspunkt aus hinfällig [1]). Logisch ist die Zahl Zahl überhaupt, und sie spezialisiert sich dann erst in der Richtung auf eine besondere Art der Zählung. Ist die Zahl Zahl überhaupt bestimmt, dann muß sie als Ordnung und Gliederung des gegenständlich Gesetzten d. h. Zählbaren und Gezählten erscheinen. Das durch die Zahl systematisch bestimmte Etwas läßt sich nun aber so zahlenmäßig bestimmen, daß entweder das Zusammen der Glieder in der Beziehung durch Unterscheidung hervortritt, d. h. daß die Anzahl, das Wieviel festgestellt wird, oder daß sich die Ordnung in dem Zusammen durch die Zahlreihe fixieren läßt. Beides sind aber nicht verschiedenartige Operationen, sondern Zählungsweisen, die korrelativ zueinander gelten und beide in gleicher Weise aus dem reinen Charakter der Zahl fließen. Wo eine Anzahl vorhanden ist, da ist auch eine Ordnung nach der Zahl möglich, und

---

1) Natorp, a. a. O. S. 103 ff. H. Driesch, Ordnungslehre (Jena 1912) S. 97.

umgekehrt, wo ein Glied ordinal bestimmt ist, muß es auch zu einer Anzahl gehören. Die Eins ist auch das Erste, und durch die Bestimmung der Eins als des ersten Gliedes der Zahlenreihe werden sowohl die Kardinalzahlen als die Ordinalzahlen möglich. Die Zahl ist Bestimmung einer Menge von der Einheit des Systems aus. Damit die Menge aber bestimmt werden kann, muß sie als systematisch geordnetes Zusammen begriffen werden, als Beziehungszusammenhang von Gliedern. Die Glieder müssen demnach notwendig in einem Zusammen stehen, sie müssen eine Anzahl bilden, aber die Anzahl darf auch kein bloßes Zusammen sein, sondern sie muß, um überhaupt bestimmte Anzahl sein zu können, auch irgendwie geordnete Anzahl sein, nur so ist das Zusammen als ein Beziehungszusammenhang der Menge möglich. Und eine Ordnung nach der Beziehung in der Menge hat auch nur da Sinn, wo ein Zusammen, eine Anzahl bestimmbar ist. Ordinal- und Kardinalzahl sind also im Grunde gar nichts Verschiedenes, sondern sie sind beide in gleicher Weise Zahl, nur kehren sie die eine oder die andere Seite derselben Zahl hervor, die sich aber notwendig ergänzen und fördern, wenn überhaupt eine zahlenmäßige Bestimmbarkeit möglich sein soll.

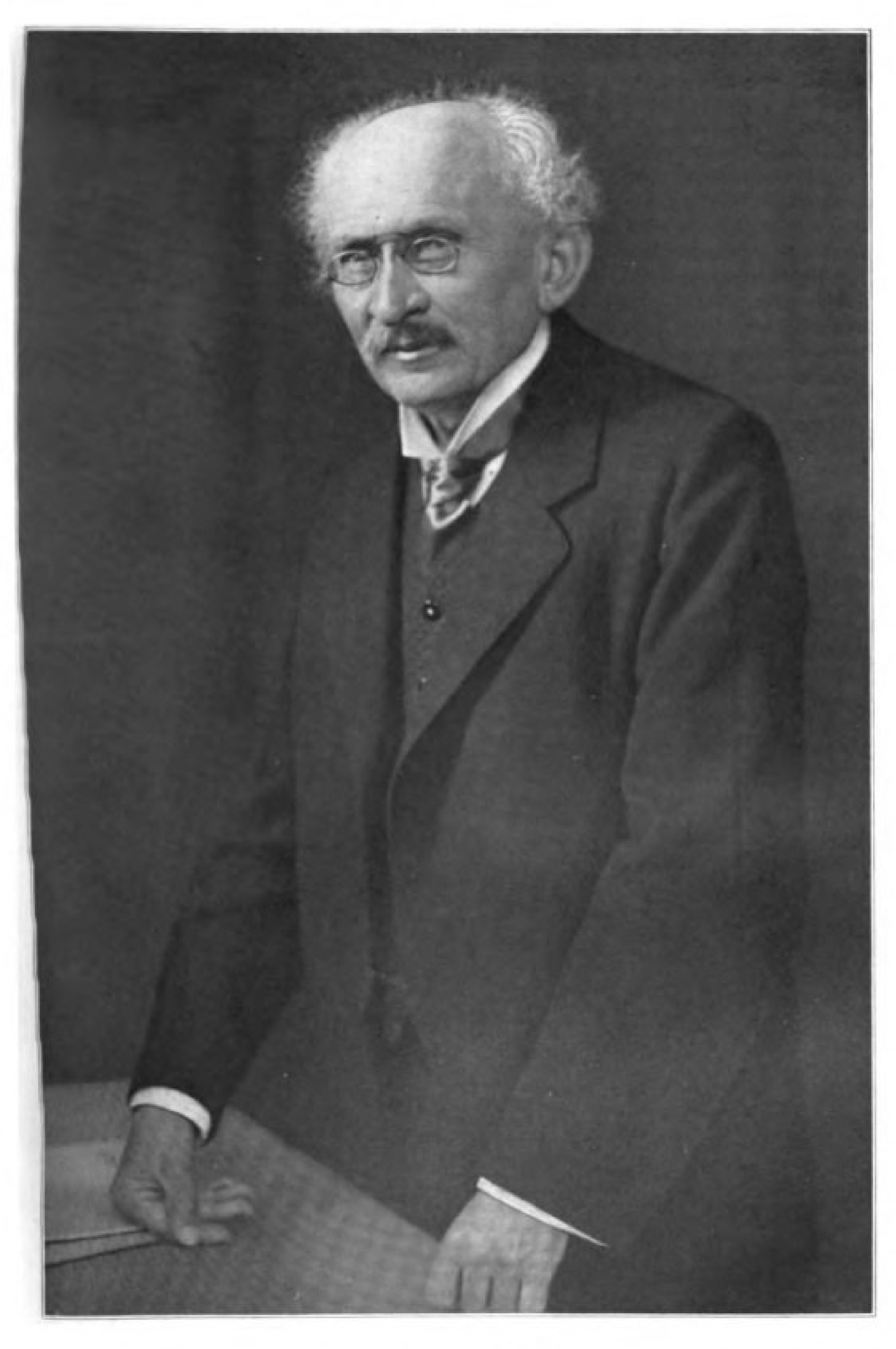
In der „natürlichen" Zahlenreihe ist die einfachste Form der Ordnung und Gliederung von der Einheit des Systems aus in Beziehung auf die Menge gewonnen. Von einem Ausgangspunkt, der Eins, wird in einer Richtung durch gleichmäßigen Fortschritt und Unterscheidung der Glieder (die Reihung der Einsen) eine Beziehungsmöglichkeit bis ins Unendliche hergestellt. Bringt man die Reihe zu einem Abschluß, so erhält man eine bestimmbare Menge. Durch die Zahlenreihe wird die Bildung und Bestimmung unendlich vieler Mengen möglich. Die Mengen selbst sind durch die Einheit des Systems und ihre Beziehung auf diese in ihrem Wesen begründet. Die Messung der Menge durch die Anzahl der Einsen ist eine sekundäre Analysierung, denn die Menge als solche ist das Prius vor der Eins, da man von der Allheit der systematischen Einheit zunächst zu der Einheit der Menge gelangt, aus der dann erst die Eins als Glied, das als solches notwendigen Bezug auf die Menge hat, durch Unterscheidung herausgelöst wird. Will man die Menge näher bestimmen, so muß man sie gliedern und unterscheiden, d. h. man muß die Menge zählen und durch die Zahl messen. Dann geht man von dem durch die Menge gesetzten Eins aus, um von diesem zurück zur Menge zu gelangen, man nimmt

den Weg von der Eins durch die Vielheit der Einsen zur Einheit der Vielheit, und damit wird dann die Menge als gegliederte und geordnete Einheit der Vielheit bestimmt. Da der Bezug auf die Menge von vornherein in der Eins liegt, ist dieser Fortschritt in der gegenständlichen Bestimmbarkeit notwendig.

Wenn aber so unendlich viele Mengen bestimmbar sind, müssen diese als Mengen wieder in einem Verhältnis von Beziehung und Unterscheidung zueinander stehen. Sie können nicht dieselbe identische Menge sein, da sie ja doch unendlich viele sind, aber sie müssen doch, da sie alle Mengen sein sollen, in diesem ihrem Charakter als Mengen irgendwie vergleichbar sein, das Menge-sein muß bei ihnen als identisches Moment vorhanden sein, und zwischen ihnen muß eine Beziehung der Gleichheit oder der Ungleichheit möglich sein. Soll dieses zwischen den Mengen bestehende Verhältnis der Gleichheit oder der Ungleichheit nun aber bestimmbar sein, so kann es das nur durch Beziehung auf die Einheit als identischen Ausgangspunkt. Die Menge wird bestimmt und gemessen durch Beziehung auf die Eins; ist die Art der Messung in der einen wie der anderen Menge die gleiche, und das muß sie als Zahlbestimmung sein, dann lassen sich dadurch auch die gemessenen Mengen vergleichen. Vergleichen aber heißt die Beziehungen der Mengen untereinander bestimmen. Besteht eine Gleichheit, so läßt sich das ja einfach konstatieren, und es ist nur zu prüfen, daß und worin die Gleichheit besteht. Ist z. B. eine Menge = 5 und eine andere Menge ebenfalls = 5, so ist die Zahl in beiden Fällen gleich, und man kann setzen 5 = 5 (wobei man die Menge natürlich nur ihrer Zahl nach betrachtet und den übrigen etwaigen inhaltlichen Charakter unberührt läßt). Wird aber eine Ungleichheit festgestellt, so muß diese noch näher bestimmt werden, es muß das Verhältnis der ungleichen Mengen doch durch Beziehung auf eine Einheit begriffen werden, der Unterschied selbst muß sich messen lassen. Es genügt nicht, daß man konstatiert, die eine Menge ist 5, die andere ist 7, sondern es muß eine Beziehung zwischen der 5 und der 7 hergestellt werden, und diese Beziehung muß selbst bestimmbar, d. h. da es sich um zahlenmäßiges Messen handelt, durch die Zahl meßbar sein.

Damit daß sich Beziehungen zwischen Mengen als notwendig erweisen — und sie müssen das infolge der notwendigen Herstellung des Systems als des Beziehungszusammenhangs —, werden die mathematischen Operationen ermöglicht. Die „Grundrechen-

arten“ ergeben sich notwendig durch den Fortschritt der Bestimmungen in der Beziehung. Vergleicht man die Menge 5 und die Menge 7, so erscheint ein Unterschied darin, daß die Menge 7 der Zahl nach „mehr“ ist als 5, die 5 „weniger“ als 7. Das Mehr und Weniger wird festgestellt durch die Beziehung auf die gleiche, von der Eins ausgehenden Zahlenreihe, wobei sich zeigt, daß die Reihe der Anzahl ihrer Glieder nach zur 7 hin weiter fortsetzbar ist als zur 5. Damit aber der Unterschied bestimmt werden kann, muß man noch feststellen, wie weit die Reihe von der 5 aus fortsetzbar ist, wieviel Glieder die Reihe zur 7 weiter geht und wieviel demnach die Menge 7 mehr enthält als 5. Man muß die Anzahl der Glieder zählen, die den Unterschied ausmachen. Das Resultat ist, daß die Menge 7 der Menge 5 gegenüber 2 Glieder mehr enthält, oder, was eine korrelative Aussage bedeutet, da die Beziehung von der 7 zur 5 auch eine Beziehung der 5 zur 7 notwendig setzt, daß die Menge 5 der Menge 7 gegenüber 2 Glieder weniger besitzt. Mathematisch gewinnen wir damit die Sätze: $5+2=7$ und $7-2=5$. Hat man verschiedene Mengen, dann müssen diese sich also zu einer systematischen Einheit zusammenfassen lassen, sie müssen dadurch in Beziehung treten, daß sie einem System eingeordnet werden. Dann aber muß dieses System als einheitliches die eingeordneten Mengen auch wirklich enthalten, und die Mengen müssen zusammen eine systematische Einheit bilden. Zusammenfassung und Zerlegung müssen korrelativ sein. Die Summe enthält die Glieder, und sie ist nichts mehr als die Summe der Glieder. Also $5+2$ kann nur $=7$ sein, weil nur die 7 eine zahlenmäßige Zusammenordnung der 5 und der 2 bietet, wenn beide auf ein einheitliches System bezogen werden. Und ebenso muß man eine Menge als systematische Einheit fassen können derart, daß sie sich in Glieder zerlegen läßt, die aber doch in ihrer Zusammenordnung eine Einheit bilden, und man muß von der Einheit der Menge aus durch Bestimmung einer Teilmenge eine andere Teilmenge finden, die mit dieser zusammengeordnet die ursprüngliche systematische Einheit der Menge als des Ganzen ergibt. So wird ein Relationsverhältnis zwischen Mengen ausgedrückt, wie es in den Sätzen $5+2=7$ und $7-2=5$ enthalten ist. Es ist im Grunde immer dieselbe Beziehung, die man nur von dieser oder jener Seite aus ansehen kann. Die Rechenoperationen der Addition und der Subtraktion sind damit ermöglicht. Sie beruhen



Johannes Volkelt

Autotypie von J. G. Huch & Co. in Bra

auf Vergleichung von Mengen und gelten notwendig korrelativ zueinander.

Wo eine Beziehung des Mehr vorhanden ist, da ist durch Umkehrung notwendigerweise auch eine Beziehung des Weniger möglich: die eine Beziehung geht von dem einen Glied aus zum andern, die andere ergibt sich notwendig, wenn man von dem anderen Glied aus zu dem vorherigen „einen" zurückgeht. Keine der beiden Beziehungen und somit keine der beiden Rechenoperationen der Addition und der Subtraktion ist ursprünglicher als die andere, jede fordert die andere notwendig zur Ergänzung. Nicht etwa ist die Zahl selbst durch Addition entstanden, denn die Zahl entsteht nur durch Zählung, Addition aber ist bereits Vergleichung von Mengen, setzt also bestimmte, gezählte Mengen voraus und ist Bestimmung einer Beziehung zwischen diesen, sie bedeutet demnach eine besondere weitere Stufe der Bestimmbarkeit gegenüber der Zählung. Auch $1 + 1 = 2$ ist nicht etwa eine bloße Zählung, denn die Zählung bedeutet ein einfaches Fortschreiten in der Reihe 1, 2 usw., wobei allerdings der Fortschritt dadurch erzielt wird, daß „Eins und Eins" als neue Einheit in der Zwei gesetzt wird. Aber damit wird nur die fortschreitende Zahlenreihe logisch konstituiert, wie das von der Einheit des Systems aus erfordert wird. Vollzieht man aber eine Addition, so nimmt man die Zahlen bereits als bestimmte und bestimmt eine Beziehung zwischen gezählten Mengen. In dem Satz $1 + 1 = 2$ soll also nicht etwa die Zwei von der Eins aus gewonnen und damit die Zahlenreihe hergestellt werden, sondern die 1 ist bereits eine bestimmte, gezählte Menge (welche das Bestehen der Zahlenreihe schon voraussetzt), ebenso auch die 2, und es wird eine Beziehung zwischen diesen beiden Mengen errichtet. Erst wenn die Zahlenreihe vorausgesetzt ist und die Mengen zahlenmäßig bestimmt werden, ist ein „Hinzufügen" oder „Wegnehmen" möglich. Das „und" bei der Setzung der Zwei durch „Eins und Eins" bedeutet somit in der Tat etwas ganz anderes als das „plus" im Satz $1 + 1 = 2$. Das „und" kennzeichnet die Beziehung, durch welche die Zahl selbst in der Zahlenreihe konstituiert wird, das „plus" bestimmt eine Beziehung zwischen bereits festgesetzten Zahlen. Durch das „und" wird die Setzung der Zahl erreicht, bei dem „plus" wird eine Operation mit den Zahlen vorgenommen, die Setzungen müssen dabei schon ihre Bestimmung erfahren haben[1]). Addition und Subtraktion ent-

1) Nach Rickert a. a. O. S. 45 ff. wäre das „und" rein logisch, das „plus"

wickeln sich auf diese Weise streng korrelativ, sie ergeben sich beide in gleicher Weise durch die notwendige Beziehung und Vergleichung der Menge untereinander. Es hat auch nicht etwa die Subtraktion einen Vorrang vor der Addition, wie das Natorp[1]) meint.

Nun ist aber die Möglichkeit der Beziehung zwischen Mengen durch die Operationen der Addition und Subtraktion nicht erschöpft. Beide Rechenarten ergaben sich bei der Bestimmung des Unterschieds von Mengen und ihrer Beziehung auf die Einheit des Systems. Aber auch wenn man gleiche Mengen annimmt, müssen sich Beziehungen zwischen ihnen bestimmen lassen und muß auf Grund ihrer Gleichheit ein Bezug auf systematische Einheit möglich sein. Hat man eine Menge 5 und eine andere Menge 5, deren Gleichheit mit der ersten konstatiert ist, so muß sich doch eine Zusammenordnung dieser Mengen ermöglichen lassen. Die beiden Mengen werden dadurch systematisch bezogen, daß sie, gerade durch die Konstatierung ihrer Gleichheit, als 2 Mengen erkannt werden. Aber die 2 Mengen müssen als Mengen, von denen jede = 5 ist, zu einer systematischen Einheit zusammengeordnet werden, in der sie beide vollständig enthalten sind. Diese Einheit ist also der Beziehungszusammenhang von 2 Mengen, die beide = 5 sind. Es ist hier eine andere Beziehung vorhanden als etwa bei der Addition, es handelt sich nicht um eine Menge 5 und eine Menge 2, sondern um 2 Mengen 5, es werden dabei demnach die Mengen selbst als Mengen noch einmal gezählt, und dies ist möglich, sofern sie als Mengen gleich sind, sich also unter demselben Begriff unterordnen lassen und so ein Allgemeines, eine Gesamtmenge bilden, welche die systematische Einheit ihres Zusammens bedeutet. Diese Beziehung durch die Zählung gleicher Mengen ist die des „Mal", wie es in der Rechenoperation der Multiplikation ausgedrückt wird. Die Gesamtmenge aber, welche die systematische Einheit der so zusammengeordneten, gezählten Mengen darstellt, muß als solche selbst wieder eine zählbare Menge sein, und sie muß in der Weise zählbar sein, daß sie sich auf dasselbe einheitliche Zahlsystem beziehen läßt wie ihre Glieder, die Eins, welche das Maß für die Zählung abgibt, muß bei ihr wie bei den in ihr enthaltenen Mengen dasselbe sein. Es müssen also die Einer in beiden Teilmengen

---

jedoch nicht mehr. Ein „alogisches Moment" im Rickertschen Sinn kann ich allerdings nicht anerkennen.

1) Natorp, a. a. O. S. 135 ff.

auch fortlaufend gezählt werden können, und es muß sich dann die Gesamtmenge ergeben. In der Menge 5 sind 5 Einer und ebenso in der anderen Menge ebenfalls 5 Einer. Zählt man die in den beiden Mengen enthaltenen Einer ohne Rücksicht auf ihre Zugehörigkeit zu der einen oder der anderen Menge, so muß die Gesamtmenge entstehen, welche die 2 Mengen 5 enthält, da in sie alle Glieder der beiden Mengen aufgenommen sind. Damit ist dann ein einheitlicher Beziehungszusammenhang hergestellt. So wird der Satz gewonnen $2 \cdot 5 = 10$. Die 10 ist die systematische Einheit, welche die 2 gleichen Mengen 5 enthält, sofern beide, ebenso wie das Produkt, auf dasselbe Zahlsystem bezogen sind, also die zugrundeliegende Eins immer dieselbe ist. Mit der Multiplikation ist nun zugleich auch notwendig die Division ermöglicht. Denn sofern die Gesamtmenge die Teilmengen enthält, muß auch eine Beziehung von der Gesamtmenge aus zu den Teilmengen feststellbar sein. Wenn die 10 notwendig die 2 Mengen 5 in sich faßt, man also durch die Operation des „Zweimal" von der 5 zur 10 gelangt, so muß man auch umgekehrt von der 10 zur 5 gelangen können, wenn man die Zusammenordnung der beiden Mengen 5 in der Einheit der 10 löst. Man muß dann prüfen, wieviel mal die Menge 5 in der 10 enthalten ist. So teilt man die Gesamtmenge in gleiche Teilmengen und zählt diese Teilmengen. Auf diesem Wege kommt man zu dem Satz: $10 : 5 = 2$. Es ist ersichtlich, daß Division und Multiplikation notwendig zusammengehören und logisch keine von ihnen einen Vorrang besitzt, daß sie beide im Grunde denselben Beziehungszusammenhang, nur jeweils von einer anderen Seite der Beziehung her ausdrücken. Immer wieder erweist sich die Notwendigkeit der fortschreitenden Beziehungen, wie sie von der ursprünglichen Einheit des Systems her gefordert sind, und dann die Relativität dieser Beziehungen.

Auf diesem methodischem Weg lassen sich nun leicht auch die übrigen mathematischen Operationen ableiten, es lassen sich weiterhin, wenn man den systematischen Beziehungscharakter festhält, auch die Erweiterungen des Zahlbegriffs über die natürliche Zahlreihe hinaus begreifen. Brüche, negative, irrationale, imaginäre Zahlen usw., sie alle sind Bestimmungen von Beziehungen, die sich im logischen Fortschritt von der Einheit des Zahlsystems aus notwendig ergeben und die als solche zur Konstruktion des Systems gesetzt werden müssen [1].

[1] Eine Weiterführung und umfassendere Begründung der in dieser Skizze

Geht man weiter von der „natürlichen" Zahl zur algebraischen, so tut man damit scheinbar einen Schritt rückwärts in der logisch-gegenständlichen Bestimmbarkeit, denn man setzt für die bestimmte, besondere Zahl eine allgemeine Zahl überhaupt, die jener gegenüber doch unbestimmter zu sein scheint. Aber auch dieser Schritt ist notwendig, und auch er ist in Wahrheit ein Schritt vorwärts in der logisch-gegenständlichen Bestimmung. Die algebraische Zahl nimmt als allgemeine doch die Bestimmtheit der natürlichen Zahlen in sich auf, sie setzt den mathematischen Beziehungszusammenhang des natürlichen Zahlsystems voraus und ist von diesem aus bestimmt. Auch sie ist von der systematischen Einheit aus bedingt und auf diese hin orientiert. Aber in ihr wird die Beschränkung, die in der einzelnen natürlichen Zahl als solcher liegt, überwunden, und diese Überwindung erfolgt notwendig durch die weitere logische Beziehungsbestimmung. Durch die algebraische Zahl wird der Weg über das Zahlsystem hinaus zum System der gegenständlichen Beziehungen als solchem gewonnen, und damit ist auch die Wiederanknüpfung an die ursprüngliche, noch nicht zahlenmäßig bestimmte Einheit des Systems erreicht. Die algebraische Zahl a etwa stellt eine allgemeine Zahl dar, d. h. ein Gemeinsames, für das sich verschiedene besondere natürliche Zahlen setzen lassen. Sie repräsentiert eine neue Einheit, eine Einheit, die eine reichere mathematische Beziehungsmöglichkeit in sich enthält, sofern sie einer beliebigen Mehrheit natürlicher Zahlen entspricht. Das besondere Zahlsein wird abgestreift, und gerade dadurch tritt das reine allgemeine Zahlmoment hervor. Und wie damit das Einheitsein der Zahl wieder betont wird, so erscheint hierbei auch die reine Gegenständlichkeit, die das Korrelat der Einheit ist und infolge deren die Zahl als ein Etwas gilt.

Mit der Zahl ist die logische Bestimmung des Gegenstandes noch nicht vollendet, es bedarf dazu noch einer weiteren Erfüllung mit gegenständlichem Inhalt. Aber die Zahl bietet bereits eine bestimmte Möglichkeit von Beziehungen, einen Beziehungszusammenhang, der gegenständlich erfüllbar ist. Sie kann daher als möglicher Gegenstand, als ein ideales Schema der Gegenständlichkeit angesehen werden, und sie weist damit den Weg von der Einheit des Systems zum logisch bestimmten Gegenstand, der als einheitliches Ganzes begriffen werden soll.

niedergelegten Gedanken werde ich in einer größeren Arbeit über den Begriff der Einheit geben.